ورقة عمل في مادة الرياضيات (الأشعة)

الثالث الثانوي العلمي (٢٠٢٠-٢٠٢١)

دراسة وضع مستويين P_1, P_2

- متوازيان: $P_1 \parallel P_2$، $\overrightarrow{n_1} \parallel \overrightarrow{n_2}$
  - متباعدان $\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \neq \frac{d_1}{d_2}$
  - منطبقان $\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{d_1}{d_2}$
- متقاطعان: $P_1 \nparallel P_2$، $\overrightarrow{n_1} \nparallel \overrightarrow{n_2}$ المركبات غير متناسبة

حالة خاصة

$$P_1 \perp P_2 \Rightarrow \overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{n_2} \Rightarrow \overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} = 0$$

دراسة وضع مستقيم d مع مستوي P

- متوازيان: $P \parallel d$، $\vec{n} \perp \vec{u}$، $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$
  - متباعدان $\Rightarrow P(x_d, y_d, z_d) = 0$ مستحيلة الحل
  - منطبقان $\Rightarrow P(x_d, y_d, z_d) = 0$ لها عدد غير منتهي من الحلول
- متقاطعان: $P \nparallel d$، $\vec{n} \cdot \vec{u} \neq 0$ $\Rightarrow$ نقطة واحدة $\Rightarrow P(x_d, y_d, z_d) = 0$ لها حل وحيد

حالة خاصة

$$P \perp d \Rightarrow \vec{n} \parallel \vec{u} \Rightarrow \vec{n} = K \cdot \vec{u}$$

المقصود بالترميز $P(x_d, y_d, z_d) = 0$ هو تعويض معادلات d في P

دراسة وضع ثلاث مستويات P_1, P_2, P_3

- جملة المعادلات مستحيلة الحل $\Rightarrow$ لا تشترك بأي نقطة
- جملة المعادلات لها حل وحيد $\Rightarrow$ تشترك بنقطة واحدة
- جملة المعادلات لهاعدد غير منتهي من الحلول $\Rightarrow$ تشترك بعدد غير منتهي من النقاط

دراسة وضع مستقيمين d_1, d_2

- متوازيان: $d_1 \parallel d_2$، $\overrightarrow{u_1} \parallel \overrightarrow{u_2}$
  - متباعدان $\Rightarrow$ الجملة $d_1 \equiv d_2$ مستحيلة الحل
  - منطبقان $\Rightarrow$ الجملة $d_1 \equiv d_2$ لها عدد غير منتهي من الحلول
- غير متوازيان: $d_1 \nparallel d_2$، $\overrightarrow{u_1} \nparallel \overrightarrow{u_2}$
  - متقاطعان $\Rightarrow$ الجملة $d_1 \equiv d_2$ لها حل وحيد
  - متخالفان $\Rightarrow$ الجملة $d_1 \equiv d_2$ مستحيلة الحل

حالة خاصة

$$d_1 \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{u_1} \perp \overrightarrow{u_2} \Rightarrow \overrightarrow{u_1} \cdot \overrightarrow{u_2} = 0$$

التمرين الأول : دورة 2019 الثانية

في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لدينا النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات :

$$P : 2x - y + 2z - 2 = 0$$
$$Q : x + y + z - 1 = 0$$
$$R : x - z - 1 = 0$$

١- اثبت أن المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك Δ اكتب تمثيلاً وسيطياً له

٢- تحقق أن R يعامد Δ ومار من A

٣- أثبت أن المستويات P, Q, R تتقاطع في نقطة I يطلب تعين احداثياتها

٤- استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ

الإجابات النهائية للتمرين الأول :

١- $\overrightarrow{n_P} \nparallel \overrightarrow{n_Q}$ و $\Delta: \begin{cases} x = -t + 1 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases} ; t \in R$

٢- المستوي R يعامد Δ لأن $\overrightarrow{n_R} \parallel \overrightarrow{u_\Delta}$ و

A نقطة من R لأنها تحقق معادلته $1 - 0 - 1 = 0$

٣- تتقاطع في نقطة واحدة لأن Δ الفصل المشترك للمستويين Q, P

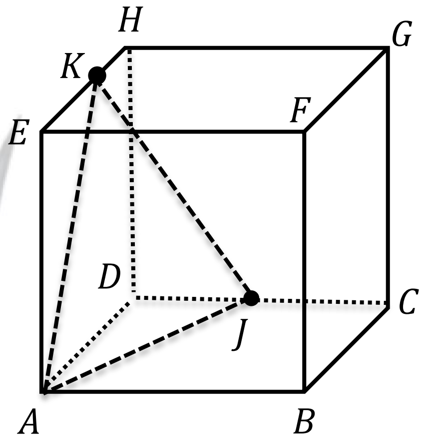
يقطع (يعامد) R ونجد $I(1, 0, 0)$

٤- النقطة I هي مسقط A على Δ ومنه:

$$dist(A, \Delta) = \| \overrightarrow{AI} \| = 2$$

التمرين الثاني :

في الشكل المجاور مكعب طول ضلعه **2** فيه النقطة J منتصف DC و النقطة K منتصف EH المطلوب :



في معلم متجانس $\left(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$

١- اوجد احداثيات النقاط J,K,E,F,B,D

٢- اوجد احداثيات I نقطة من المستقيم (HG) تبعد عن J و E المسافة نفسها وعين قيمة m التي تحقق $\overrightarrow{HI}=m\,\overrightarrow{HG}$

٣- اوجد معادلة المستوي Q المستوي المحوري للقطعة المستقيمة JK ، هل G نقطة من Q ؟

٤- اكتب معادلة المستوي (AJK)

٥- عين الفصل المشترك للمستويين Q و (AJK) بدلالة النقاط المعرفة

٦- احسب بعد النقطة F عن المستوي (AJK)

٧- اوجد التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من F والمعامد للمستوي (AJK)

٨- استنتج احداثيات F' مسقط F على المستوي (AJK)

٩- تأكد من كون $dist\big(F,(AJK)\big)=\|\overrightarrow{FF'}\|$

١٠- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيمين (AJ) و (DB) وعين احداثيات N نقطة تقاطعهما

١١- اكتب معادلة كرة مركزها G وتمر من J هل K نقطة من تلك الكرة ؟

١٢- اكتب معادلة مخروط رأسه A ومحوره AE ومولده القطعة المستقيمة $[AK]$

الإجابات النهائية للتمرين الثاني:

١- احداثيات النقاط:

$D(0,2,0)$, $B(2,0,0)$, $F(2,0,2)$,

$E(0,0,2)$, $K(0,1,2)$, $J(1,2,0)$

٢- النقطة $I(x,2,2)$ بالحل نجد $I\left(\frac{1}{2},2,2\right)$ وبالتالي

$m=\frac{1}{4}$ و $\overrightarrow{HI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{HG}$

٣- المعادلة $Q: x+y-2z=0$ و G نقطة منه

٤- المستوي $p(AJK): 4x-2y+z=0$

٥- الفصل المشترك AM_0

٦- $dist\big(F,(AJK)\big)=\frac{10}{\sqrt{21}}$

٧- $d:\begin{cases}x=4t+2\\ y=-2t\\ z=t+2\end{cases}\quad ;t\in R$

٨- احداثيات $F'\left(\frac{2}{21},\frac{20}{21},\frac{32}{21}\right)$

٩- صحيح لأن $FF'\left(-\frac{40}{21},\frac{20}{21},-\frac{10}{21}\right)$ و يتحقق

$\|\overrightarrow{FF'}\|=\frac{10}{\sqrt{21}}$

١٠- $(AJ):\begin{cases}x=\beta\\ y=2\beta\\ z=0\end{cases}\quad ;\beta\in R$

$(BD):\begin{cases}x=2\alpha+2\\ y=-2\alpha\\ z=0\end{cases}\quad ;\alpha\in R$

$N\left(\frac{2}{3},\frac{4}{3},0\right)$

١١- $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=5$

نعم K نقطة من الكرة

١٢- $x^2+y^2-\frac{1}{4}z^2=0$

$0\le n=z\le 2$